## GABARITO · Matemática · Estatística e probabilidade

Prova · 10 questões · código 60002 · uso do professor

| Questão | Resposta | Tema |
|---|---|---|
| 1 | **C** | Matemática · Estatística |
| 2 | **B** | Matemática · Estatística |
| 3 | **A** | Matemática · Estatística |
| 4 | **D** | Matemática · Estatística |
| 5 | **A** | Matemática · Estatística |
| 6 | **B** | Matemática · Probabilidade |
| 7 | **C** | Matemática · Probabilidade |
| 8 | **B** | Matemática · Probabilidade |
| 9 | **C** | Matemática · Probabilidade |
| 10 | **B** | Matemática · Combinatória |

## Comentários

**1.** Dado: 75 funcionários ganham R$ 2.000 e 25 ganham R$ 7.000; são 100 ao todo. Pedido: a média dos salários. Estratégia: cada salário pesa a quantidade de pessoas que o recebem (média ponderada). 1) Soma dos salários: 75 × 2.000 + 25 × 7.000 = 150.000 + 175.000 = 325.000. 2) Média: 325.000 ÷ 100 = 3.250,00. Conferência: fica entre 2.000 e 7.000 e mais perto de 2.000, porque a maioria ganha 2.000. Competência de área C7 (estatística), H27 por estimativa do professor (a habilidade não vem impressa na prova).

**2.** Dado: 1.000 famílias (100 + 400 + 200 + 150 + 100 + 50). Pedido: a mediana. Distrator: o texto sobre pediatras não entra na conta. Estratégia: n = 1.000 é par, então a mediana é a média do 500º e do 501º valores em ordem. Use a frequência acumulada. 1) Acumulada: 0 → 100; 1 → 500; 2 → 700. 2) O 500º valor é 1; o 501º já é 2. 3) Mediana = (1 + 2) ÷ 2 = 1,5. Conferência: 500 famílias têm 0 ou 1 criança e 500 têm 2 ou mais; a mediana fica entre 1 e 2. Competência de área C7 (estatística), H27 por estimativa do professor.

**3.** Dado: meta de média 18 em 5 jogos; quatro jogos já foram. Pedido: quem precisa de MENOS pontos no 5º jogo. Estratégia: média × quantidade = soma. Média 18 em 5 jogos = 90 pontos. 1) Somas até agora: I = 77; II = 71; III = 71; IV = 75; V = 75. 2) Faltam: I = 13; II = 19; III = 19; IV = 15; V = 15. 3) Menor falta: jogador I. Conferência: (77 + 13) ÷ 5 = 90 ÷ 5 = 18. Competência de área C7 (estatística), H28 por estimativa do professor.

**4.** Dado: 15 jogadores, média 1,93 m; saem 1,78 + 1,82 + 1,84 + 1,86; entra um de 2,02 m e mais três. Pedido: média mínima dos três. Distrator: pensar em média das médias; o que se mexe é a SOMA das alturas. Estratégia: média × quantidade = soma. 1) Soma atual: 15 × 1,93 = 28,95 m. 2) Soma dos que saem: 1,78 + 1,82 + 1,84 + 1,86 = 7,30 m. Sobram 28,95 − 7,30 = 21,65 m. 3) Soma desejada: 15 × 1,99 = 29,85 m. 4) Falta: 29,85 − 21,65 − 2,02 = 6,18 m para os três novos. 5) Média mínima dos três: 6,18 ÷ 3 = 2,06 m. Conferência: 21,65 + 2,02 + 3 × 2,06 = 29,85 m; 29,85 ÷ 15 = 1,99 m. Bate. É como subir a média do boletim: você precisa saber quantos pontos faltam no total, não só a nota que falta. Competência de área C7 (estatística).

**5.** Dado: 5 inteiros positivos em ordem, a ≤ b ≤ c ≤ d ≤ e. Pedido: quantas listas têm moda, mediana, média e amplitude todas iguais a 23. Estratégia: transformar cada medida numa equação. 1) Mediana 23 → c = 23. 2) Média 23 → soma = 5 × 23 = 115. 3) Amplitude 23 → e = a + 23. 4) Moda 23 → 23 aparece mais vezes que qualquer outro número; com c = 23, precisa de b = 23 ou d = 23. 5) Caso b = c = 23: a + 23 + 23 + d + (a + 23) = 115 → d = 46 − 2a, com 23 < d < e. Isso dá a = 8, 9, 10, 11 (d = 30, 28, 26, 24). 6) Caso c = d = 23: a + b + 23 + 23 + (a + 23) = 115 → b = 46 − 2a, com a < b < 23. Isso dá a = 12, 13, 14, 15 (b = 22, 20, 18, 16). 7) Total: 4 + 4 = 8 listas. Conferência: testamos todas as listas possíveis e saíram exatamente 8, por exemplo (8, 23, 23, 30, 31) e (15, 16, 23, 23, 38). Conteúdo: estatística descritiva e contagem (edital Fuvest).

**6.** Dado: cada sinal fica vermelho r segundos a cada 60 s, e os dois semáforos são independentes. Pedido: quanto o tempo de vermelho (hoje 15 s) deve cair. Distrator: o 15/60 de hoje não entra na conta nova, serve só para mostrar como se calcula a probabilidade. Estratégia: probabilidade de pegar um sinal vermelho = r/60. Como são independentes, a de pegar os dois é (r/60) × (r/60). 1) $(r/60)^2 = 4/100$. 2) Tirando a raiz dos dois lados: r/60 = 2/10 = 0,2. 3) r = 0,2 × 60 s = 12 s de vermelho. 4) Redução = 15 s − 12 s = 3 s. Conferência: com 12 s, cada sinal dá 12/60 = 0,2 e os dois juntos dão 0,2 × 0,2 = 0,04 = 4/100. Bate. É como perder dois ônibus seguidos: cada chance se multiplica pela outra. Competência de área C7 (probabilidade) da Matriz do ENEM.

**7.** Dado: melhor de 7, cada jogo 1/2 para cada lado. O time A já venceu o 1º jogo. Pedido: chance de A ser campeão. Distrator: 'até sete partidas' faz parecer que a série muda a conta se parar antes. Não muda. Estratégia: imaginar que os 6 jogos que faltam são sempre jogados (o resultado da série não muda com isso). São 2^6 = 64 sequências igualmente prováveis. A precisa de mais 3 vitórias, ou seja, de pelo menos 3 vitórias nesses 6 jogos. 1) Exatamente 3 vitórias: C(6,3) = 20. 2) Exatamente 4: C(6,4) = 15. 3) Exatamente 5: C(6,5) = 6. 4) Exatamente 6: C(6,6) = 1. 5) Total: 20 + 15 + 6 + 1 = 42 casos → 42/64. Conferência: o outro time precisa de 4 vitórias em 6 → 15 + 6 + 1 = 22 casos; 42 + 22 = 64. E 42/64 > 1/2, como esperado para quem já saiu na frente (a recursão jogo a jogo dá 21/32 = 42/64). É o placar de um mata-mata de videogame: quem ganha a primeira não está garantido, mas tem vantagem. Competência de área C7 (probabilidade e contagem).

**8.** Dado: começaram com 60 brancas e 40 pretas; já saíram 35 brancas e 25 pretas. Pedido: as duas próximas serem brancas. Distrator: os 5 passos não entram na conta. Estratégia: olhar só o que sobrou na sacola e multiplicar as retiradas, sem reposição. 1) Na sacola: 60 − 35 = 25 brancas; 40 − 25 = 15 pretas; total 40. 2) 1ª branca: 25/40. 3) 2ª branca (sobraram 24 brancas em 39): 24/39. 4) P = (25/40) × (24/39) = 600/1.560 = 5/13. Conferência: 5/13 ≈ 0,385, um pouco menos que $(25/40)^2 \approx 0,39$, o que faz sentido porque a primeira branca sai e não volta. Conteúdo: probabilidade condicional (edital Unicamp).

**9.** Dados: para cada 2 machos nascem 3 fêmeas → P(fêmea) = 3/5 e P(macho) = 2/5. Pedido: o menor n com P(pelo menos uma fêmea) > 95%. Estratégia: "pelo menos uma" pede o complementar (tudo o que não é o evento): 1 − P(nenhuma fêmea). Nenhuma fêmea em n animais: $(2/5)^n$, supondo sorteios independentes. O n fica no expoente: resolve com logaritmo. 1) $1 - (2/5)^n > 0,95 \rightarrow (2/5)^n < 0,05 = 1/20$. 2) $n \cdot \log(2/5) < \log(1/20) \rightarrow -0,4n < -1,3$. 3) Dividindo por −0,4 (número negativo, inverte o sinal): n > 3,25. Menor inteiro: n = 4. Conferência: n = 3 dá 93,6% (não passa); n = 4 dá 97,44% (passa). Alternativa C.

**10.** Dado: 10 itens diferentes (5 frutas, 3 pirulitos, 2 bolos); ela pega 2. Regra: pirulito só com fruta junto. Pedido: número de escolhas. Estratégia: contar tudo e tirar o que a regra proíbe. 1) Sem regra: C(10, 2) = 45 pares. 2) Proibidos (tem pirulito e não tem fruta): pirulito + pirulito = C(3, 2) = 3; pirulito + bolo = 3 × 2 = 6. Total: 9. 3) Permitidos: 45 − 9 = 36. Conferência pela conta direta: fruta + fruta = 10; fruta + pirulito = 15; fruta + bolo = 10; bolo + bolo = 1. Soma: 36. Conteúdo: análise combinatória (edital Unicamp).

Comentários autorais da equipe do Aprendendo Junto. Gabaritos das questões oficiais conforme o gabarito publicado pela banca. Sem vínculo com o INEP, o MEC ou as bancas. Pedido de retirada: admin@aprendendojunto.com.br.